



## **TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN**

IREM, 123 avenue Albert Thomas  
87060 Limoges CEDEX

*Le plaisir de chercher*

# **2026**

**Mardi 20 janvier**  
**TOURNOI dans les classes de lycée**

**Samedi 30 mai**  
**REMISE DES PRIX**  
*sous la présidence de Madame la Rectrice*

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par :

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de Limoges.

### Quelques recommandations :

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... **sans faire de bruit.**

Pensez qu'il faut **justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées mais pas les ordinateurs.

Chaque équipe remet une seule copie. **Écrivez en majuscules vos noms et prénoms** en tête de la copie, ainsi que **votre classe**, votre éventuelle **spécialité mathématique** et le nom de **votre établissement**.

***Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible sur le site de l'IREM de Limoges : <https://www.irem.unilim.fr/tournoi.html>***

### Partages équilibrés

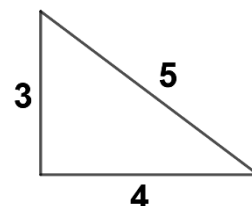
On obtient un partage équilibré pour un entier  $N$  en écrivant l'ensemble des entiers de 1 à  $N$  comme la réunion de plusieurs parties ayant même nombre d'éléments et même somme de leurs éléments.

Par exemple, pour  $N = 4$  :  $\{1,2,3,4\} = \{1,4\} \cup \{2,3\}$  et pour  $N = 6$  :  $\{1,2,3,4,5,6\} = \{1,6\} \cup \{2,5\} \cup \{3,4\}$

- 1) Ecrivez un partage équilibré pour  $N = 8$  en quatre parties, puis en deux parties.
- 2) Ecrivez un partage équilibré pour  $N = 12$  en six parties, puis en trois parties, puis en deux parties.
- 3) Montrez que si  $N$  est un multiple de 4 alors il existe au moins un partage équilibré en deux parties. Montrez la réciproque.
- 4) Montrez que si  $N$  est un multiple de 6 alors il existe au moins un partage équilibré en trois parties. La réciproque est-elle vraie ?

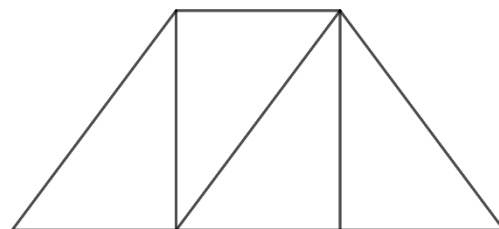
### Un puzzle avec des triangles

- 1) On dispose de pièces identiques ayant la forme d'un triangle rectangle de côtés de longueurs 3, 4 et 5.



On assemble quatre de ces pièces, en les retournant éventuellement, pour former un polygone, deux pièces devant se toucher par un côté ayant la même longueur.

Dans l'exemple ci-contre le périmètre du polygone est égal à 22.  
Quels sont toutes les valeurs possibles que peut prendre le périmètre du polygone ?



- 2) On assemble de la même façon huit de ces pièces triangulaires pour former un polygone. Quels sont le plus petit et le plus grand périmètre possible pour ce polygone ?

## Grilles à compléter

On complète une grille découpée en zones en respectant les règles suivantes :

- chaque zone de  $N$  cases doit contenir les nombres de 1 à  $N$  sans répétition ;
- deux cases qui se touchent par un côté ou un sommet contiennent des nombres différents.

Par exemple la grille ci-contre vérifie les deux règles énoncées.

1	2	1
3	4	3
2	1	2

1) Déterminez toutes les grilles complétées qui existent à partir de la grille vierge ci-contre.

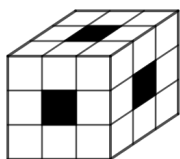

2) Complétez la grille ci-contre :

	1			
		1		

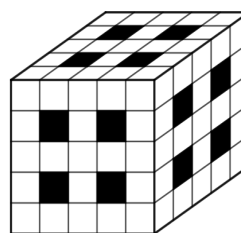
3) Déterminez toutes les grilles complétées qui existent à partir de la grille vierge ci-contre :


## Un cube en noir et blanc

On considère un cube de côté un entier impair, constitué d'un assemblage de petits cubes noirs et blancs de côté 1 comme ci dessous pour les cubes de côtés 3 et 5. Lorsqu'on voit un petit cube noir sur une partie d'une face, toute la rangée correspondante est constituée de petits cubes noirs.



Cube de côté 3



Cube de côté 5

- 1) Combien y a-t-il de cubes de chaque couleur pour un cube de côté 3 ? pour un cube de côté 5 ?
- 2) Combien y a-t-il de cubes de chaque couleur pour un cube de côté  $N$  impair ?
- 3) Quelle est la taille du cube le plus grand qu'on peut faire si on dispose de 2026 cubes blancs et autant de cubes noirs que l'on veut ?
- 4) Montrez que le nombre de cubes noirs n'est jamais le carré d'un entier pour un cube de côté  $N$  impair. Pour quels entiers impairs  $N$  le nombre de cubes blancs est-il égal au carré d'un entier ?

## **Avec le soutien :**

- *du Rectorat de l'Académie de Limoges,*
- *du Conseil Régional de Nouvelle Aquitaine,*
- *du Conseil Départemental de la Creuse,*
- *du Conseil Départemental de la Haute-Vienne,*
- *des villes de Limoges et d'Aixe sur Vienne,*
- *de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,*
- *du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,*
- *de la Fondation Partenariale de l'Université de Limoges,*
- *de l'Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Académie de Limoges,*
- *de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges,*
- *de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,*
- *de l'Association des Anciens du Lycée Gay Lussac,*
- *de l'Association des Anciens Élèves et Fonctionnaires du Lycée Léonard Limosin,*
- *du Comité International des Jeux Mathématiques,*
- *de CASIO, TEXAS INSTRUMENTS et NUMWORKS,*
- *de l'Association Limousine des Sports Aériens,*
- *de la Fédération des Œuvres Laïques de la Haute-Vienne,*
- *de l'Aquapolis de Limoges, de Steam Escape Game Limoges,*
- *de Laser League Limoges, de Kurioscape Escape Game Limoges,*
- *de The Jump Laser Game, de Laser Game Target Experience Limoges,*
- *de Tarz en Arbre Limoges, de Prison Island Limoges,*
- *des Bowlings de Limoges et de Brive,*
- *du Parc Wizz'Titi à Ussac, du Mini-golf Nature Evasion à Jugeals-Nazareth*
- *de l'Espace Hermeline à Bussière-Galant, du Labyrinthe des Monts de Guéret,*
- *des Madeleines Bijou*